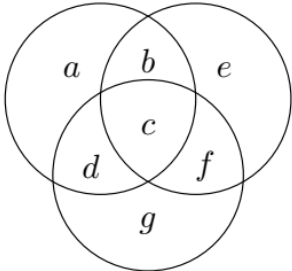


LXXI олимпиада по математике Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 11 января 2024 года
XII класс

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. На складе имеются канистры двух типов, в которые всего помещается 700 литров жидкости. Если бы все канистры были первого типа, то всего в эти канистры поместилось бы на 100 литров жидкости больше. Если бы все канистры были второго типа, то всего в них поместилось бы на 400 литров жидкости меньше. Найдите, сколько литров жидкости помещается во все имеющиеся на складе канистры первого типа и сколько литров помещается во все имеющиеся на складе канистры второго типа.
2. Пусть A – это сумма всех однозначных натуральных чисел, B – это сумма всех двузначных натуральных чисел, а C – это сумма всех трехзначных натуральных чисел.
 - а) Найдите наибольший общий делитель чисел B и C .
 - б) При каких значениях натуральных чисел m и n выполняется равенство $C = m \cdot A + n \cdot B$, причем $m - n = 10^k$, где k – это наименьшее из возможных натуральных чисел?
3. Длина стороны AB треугольника ABC меньше длины стороны AC . Биссектриса треугольника, проведенная из вершины A , и серединный перпендикуляр к стороне BC пересекаются в точке O . На прямой AB выбрана точка K так, что отрезок OK перпендикулярен прямой AB . Выразите длину отрезка BK через длины отрезков AB и AC .
4. На оси Oy найдите точку, через которую проходят две взаимно перпендикулярные касательные к параболе $y = x^2 - 2x + 3$.
5. При попарном пересечении трех окружностей, расположенных на плоскости, образуется 7 различных областей. На рисунке в каждой из областей записана одна буква. Мари заменила каждую букву на одно из натуральных чисел от 1 до 7 так, что сумма чисел, расположенных в каждом из кругов, была точно равна числу S (различным буквам соответствовали различные числа).
 - а) Найдите наименьшее возможное значение суммы S .
 - б) Возможно ли такое расположение чисел от 1 до 7, при котором $S = 21$?